



**MATERIAL DO  
PROFESSOR**



# **Movimento Uniformemente Variado (MUV)**

**CADERNO DE REVISÃO**

Conteúdo não avaliado em programas governamentais

## Movimento uniformemente variado (MUV)

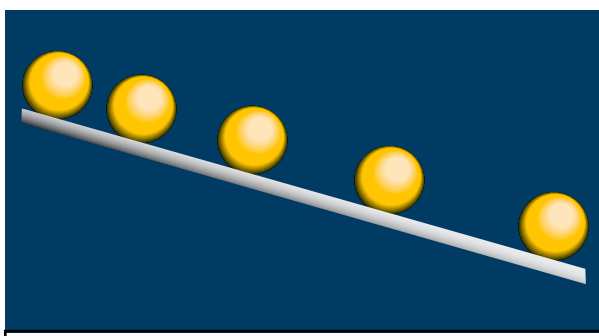
No movimento uniforme (MU), a velocidade escalar instantânea é constante e não nula. A partir de agora vamos revisar movimentos cuja velocidade escalar varia de maneira uniforme, o que significa que a aceleração escalar do movimento é constante.

### Características do MUV

O movimento uniformemente variado caracteriza-se pelo fato de a variação da velocidade escalar do móvel ser sempre a mesma, em intervalos de tempo iguais; ou seja, a **aceleração escalar média** do móvel é **constante**.

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Na **figura 1** uma esfera desce um plano inclinado. Ela percorre distâncias cada vez maiores em intervalos de tempo iguais.

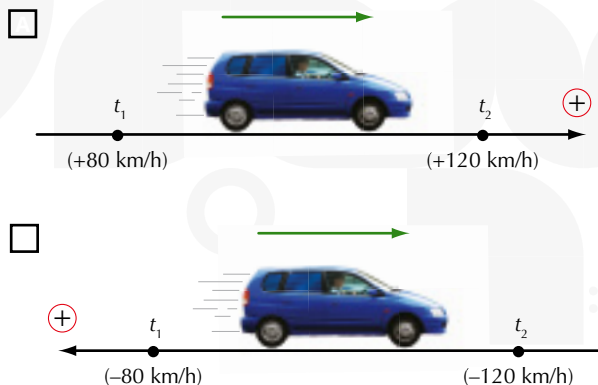


**Figura 1** A distância entre duas posições sucessivas aumenta com o passar do tempo.

Valores de aceleração escalar positivos não significam necessariamente movimento acelerado. Para que um movimento seja considerado acelerado, o valor absoluto da velocidade escalar deve aumentar com o passar do tempo. Com base nessa definição, podem ocorrer duas situações, dependendo da orientação da trajetória:

1. Na **figura 2A**, o objeto se move no sentido positivo da trajetória. O valor absoluto de sua velocidade escalar aumenta, a aceleração escalar do objeto é positiva ( $\alpha > 0$ ) e sua velocidade escalar também é positiva ( $v > 0$ ). Esse movimento é chamado de **acelerado progressivo**.
2. Na **figura 2B**, o objeto se desloca no sentido oposto ao da orientação da trajetória. O valor absoluto de sua velocidade escalar aumenta, a aceleração escalar é negativa ( $\alpha < 0$ ), assim como a velocidade escalar ( $v < 0$ ). Esse movimento é chamado de **acelerado retrógrado**.

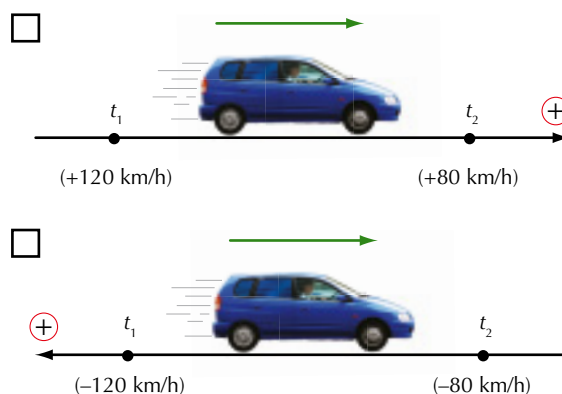
Velocidade escalar e aceleração escalar com mesmo sinal ( $v > 0$  e  $\alpha > 0$  ou  $v < 0$  e  $\alpha < 0$ ) indicam **movimentos acelerados**.



**Figura 2** Representação de movimentos acelerados progressivo (A) e retrógrado (B).

No movimento retardado, o valor absoluto da velocidade escalar deve diminuir com o decorrer do tempo. Com base nessa definição, podem ocorrer duas situações, dependendo da orientação da trajetória:

1. Na **figura 3A**, o objeto se move no sentido positivo da trajetória. O valor absoluto de sua velocidade escalar diminui, a aceleração escalar do objeto é negativa ( $\alpha < 0$ ), mas sua velocidade escalar é positiva ( $v > 0$ ). Tal movimento é chamado **retardado progressivo**.
2. Na **figura 3B**, o objeto se desloca no sentido oposto ao da orientação da trajetória. O valor absoluto de sua velocidade escalar diminui, a aceleração escalar é positiva ( $\alpha > 0$ ), enquanto a velocidade escalar é negativa ( $v < 0$ ). Esse movimento é chamado **retardado retrógrado**.



**Figura 3** Representação de movimentos retardados progressivo (A) e retrógrado (B).

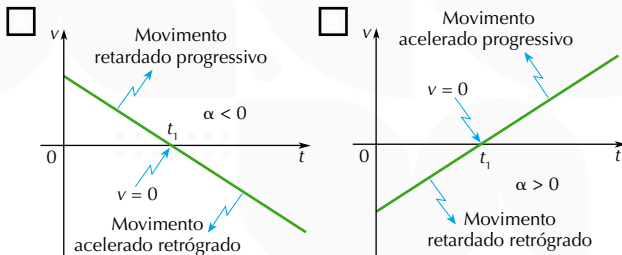
Velocidade escalar e aceleração escalar com sinais contrários ( $v > 0$  e  $\alpha < 0$  ou  $v < 0$  e  $\alpha > 0$ ) indicam **movimentos retardados**.

## Função horária da velocidade e seus gráficos no MUV

A partir da definição de aceleração escalar média e adotando o instante inicial como  $t_0 = 0$ , obtemos a **função horária da velocidade no MUV**:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} \Rightarrow v = v_0 + \alpha t$$

Trata-se de uma função do 1º grau em  $t$ , cujo gráfico é uma reta inclinada em relação aos eixos.



▲ Gráficos da função horária da velocidade escalar no MUV.

## Função horária do espaço e seus gráficos no MUV

Vimos no tópico anterior que a área no gráfico  $v \times t$  é numericamente igual à variação de espaço do móvel; logo, a partir do gráfico da velocidade escalar do MUV (fig. 4), podemos encontrar a **função horária do espaço** para esse movimento:

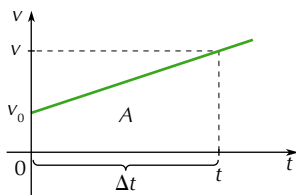


Figura 4 A área sob a reta do gráfico  $v \times t$  é numericamente igual à variação de espaço no intervalo  $\Delta t$ .

$$A = \Delta s = v_0 t + \frac{\alpha t^2}{2} \Rightarrow s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$$

A função horária do espaço no MUV é uma função do 2º grau em  $t$  (fig. 5) cujo gráfico característico é uma parábola. O estudo dessas funções mostra que a concavidade da parábola indica o sinal da aceleração escalar do movimento.

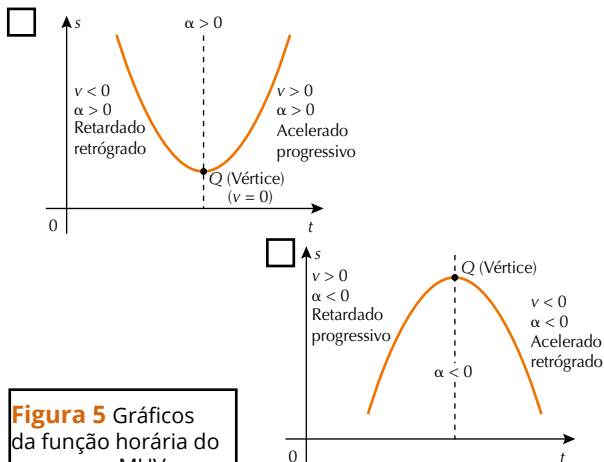


Figura 5 Gráficos da função horária do espaço no MUV.

## Equação de Torricelli

No MUV, há muitos casos em que precisamos relacionar diretamente a velocidade escalar  $v$  e o espaço  $s$ , independentemente da variável tempo ( $t$ ). Para isso, devemos eliminar o tempo nas funções horárias do espaço e da velocidade:

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 + \alpha t \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{\alpha} \\ s &= s_0 + vt + \frac{\alpha t^2}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2\alpha \Delta s$$

## Queda livre e lançamento vertical

No século XVI, Galileu Galilei observou que corpos em queda livre próximos à superfície terrestre apresentam sempre aceleração constante. Essa aceleração é indicada por  $g$  e denominada **aceleração da gravidade**:

$$g \approx 9,8 \text{ m/s}^2$$

Nesse caso, o movimento de queda livre é um **MUV acelerado**. Desprezada a resistência do ar, corpos lançados verticalmente para cima também estão sujeitos unicamente à aceleração da gravidade; trata-se, portanto, de um **MUV retardado**. As funções do MUV, estudadas anteriormente, descrevem a queda livre e o lançamento vertical:

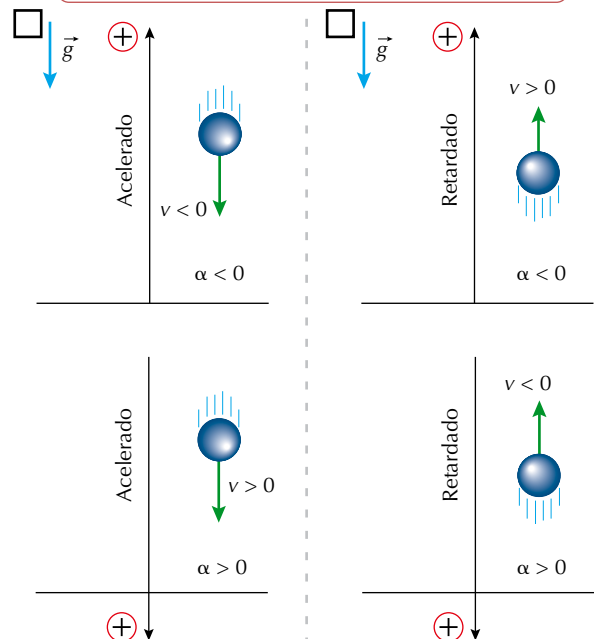
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$$

$$v = v_0 + \alpha t$$

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha \Delta s$$

$\alpha = +g$ : orientando a trajetória para baixo

$\alpha = -g$ : orientando a trajetória para cima



▲ Representação dos movimentos de queda livre (A) e lançamento vertical para cima (B) segundo os sinais da velocidade e da aceleração.

## NO VESTIBULAR

**1 (Uece)** Dois automóveis, I e II, inicialmente trafegam lado a lado em uma estrada reta. Em alguns instantes, o carro I aumenta sua velocidade e, simultaneamente, o outro começa uma frenagem. Assim pode-se afirmar corretamente que:

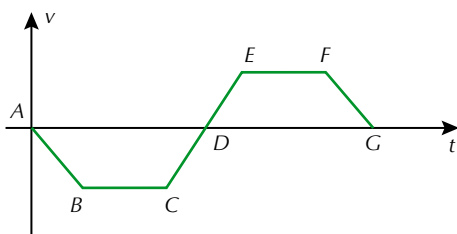
- a) a aceleração do carro I é diferente de zero e a do carro II é zero.
- b) a aceleração do carro I é zero e a do carro II é diferente de zero.
- c) as acelerações dos dois carros são diferentes de zero.
- d) as acelerações dos dois carros são iguais a zero.

**2 (UFSC)** Uma partícula, efetuando um movimento retilíneo, desloca-se segundo a equação  $s = -2 - 4t + 2t^2$ , onde  $s$  é medido em metro e  $t$ , em segundo. Determine a velocidade escalar média, em m/s, dessa partícula, entre os instantes  $t = 0$  e  $t = 4$  s.

**3 (Vunesp)** No jogo do Brasil contra a Noruega, o atacante mostrou que o atacante brasileiro Roberto Carlos chutou a bola diretamente contra o goleiro do time adversário. A bola atingiu o goleiro com velocidade de 108 km/h e este conseguiu imobilizá-la em 0,1 s, com um movimento de recuo dos braços. O módulo da aceleração média da bola durante a ação do goleiro foi, em  $m/s^2$ , igual a:

- a) 3.000
- b) 1.080
- c) 300
- d) 108
- e) 30

**4 (PUC-SP)** O diagrama da velocidade escalar de um móvel é dado pelo esquema abaixo.



O movimento é acelerado no(s) trecho(s):

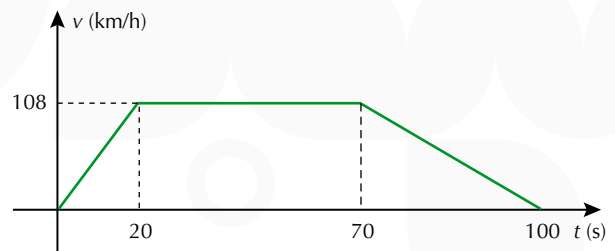
- a) FG
- b) CB
- c) CE
- d) BC e EF
- e) AB e DE

**5 (PUC-RS)** Dizer que um movimento se realiza com uma aceleração escalar constante de  $5 m/s^2$  significa que:

- a) em cada segundo o móvel se desloca 5 m.
- b) em cada segundo a velocidade do móvel aumenta de 5 m/s.
- c) em cada segundo a aceleração do móvel aumenta de 5 m/s.
- d) em cada 5 segundos a velocidade aumenta 1 m/s.
- e) a velocidade é constante e igual a 5 m/s.

**(FEI-SP)** O enunciado a seguir refere-se às questões 6 e 7.

O movimento de um motoqueiro encontra-se registrado no gráfico abaixo:



**6** Qual é o módulo da aceleração escalar do motoqueiro durante a frenagem?

- a)  $\alpha = 1,5 m/s^2$
- b)  $\alpha = \frac{108}{20} km/h^2$
- c)  $\alpha = 2 m/s^2$
- d)  $\alpha = 3 m/s^2$
- e)  $\alpha = 1 m/s^2$

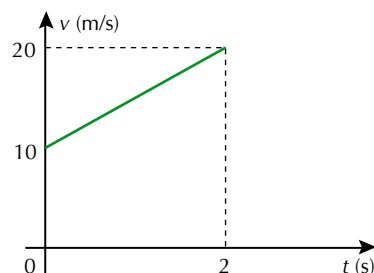
**7** Qual é a variação de espaço do motoqueiro entre  $t = 0$  e  $t = 100$  s?

- a)  $\Delta s = 2.250 m$
- b)  $\Delta s = 1.500 m$
- c)  $\Delta s = 2.000 m$
- d)  $\Delta s = 750 m$
- e)  $\Delta s = 2.500 m$

**8 (UEA-AM)** Um barco que se movimentava com a velocidade de 18 km/h teve seu motor desligado e, antes de parar completamente, deslocou-se por 50 m sobre as águas tranquilas do rio em que navegava. O módulo da intensidade da aceleração causada por essa força de resistência da água, em  $m/s^2$ , foi de:

- a) 0,04
- b) 0,08
- c) 0,10
- d) 0,15
- e) 0,25

**9 (UCS-RS)** Um móvel descreve um movimento retilíneo, com velocidade escalar variando com o tempo, conforme o gráfico. Pode-se afirmar então que:



- a) a aceleração escalar do móvel é nula.
- b) a velocidade escalar do móvel é constante.
- c) a aceleração escalar do móvel é constante e vale  $5 m/s^2$ .
- d) o móvel percorre 60 m em 2 s.
- e) a velocidade escalar média do móvel de 0 a 2 s vale 5 m/s.

**Exercício 1**  
A aceleração surge quando ocorre variação de velocidade. A velocidade do carro I aumenta (ocorre aceleração) e a do carro II diminui (ocorre desaceleração).  
Alternativa **c**.

**Exercício 2**  
Substituindo  $t_0 = 0$  na função horária das posições,  
 $s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$ , obtemos:  $s_0 = -2 - 4 \cdot 0 + 2 \cdot 0^2$   
 $\therefore s_0 = -2 \text{ m}$

Analogamente, para  $t = 4 \text{ s}$ , obtemos:

$$s = -2 - 4 \cdot 4 + 2 \cdot 4^2 \therefore s = 14 \text{ m}$$

Portanto, a variação de espaço é de:

$$\Delta s = s - s_0 = 14 - (-2) \therefore \Delta s = 16 \text{ m}$$

E ocorreu num intervalo de tempo dado por:

$$\Delta t = t - t_0 = 4 - 0 \therefore \Delta t = 4 \text{ s}$$

Pela definição de velocidade escalar média, temos:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{16}{4} \therefore v_m = 4 \text{ m/s}$$

**Exercício 3**  
A velocidade inicial da bola, em m/s, é dada por:

$$v_0 = \frac{108}{3,6} \therefore v_0 = 30 \text{ m/s}$$

A velocidade final da bola é  $v = 0$ . Portanto:

$$\Delta v = v - v_0 = 0 - 30 \therefore \Delta v = -30 \text{ m/s}$$

Do enunciado,  $\Delta t = 0,1 \text{ s}$ . Aplicando a definição de aceleração média, temos:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-30}{0,1} \therefore \alpha = -300 \text{ m/s}^2 \Rightarrow |\alpha| = 300 \text{ m/s}^2$$

Alternativa **c**.

**Exercício 4**  
Analisando o gráfico, os trechos em que o módulo da velocidade do corpo aumenta no tempo são: **AB** e **DE**.  
Alternativa **e**.

**Exercício 5**  
A aceleração escalar, por definição, é uma grandeza física que mede a taxa de variação da velocidade escalar instantânea no tempo. Dessa forma, dizer que a aceleração  $a$  que um corpo está submetido é constante e igual a  $5 \text{ m/s}^2$  equivale a dizer que sua velocidade aumenta  $5 \text{ m/s}$  a cada segundo.  
Alternativa **b**.

Do gráfico, verificamos que a frenagem ocorre entre os instantes  $t = 70 \text{ s}$  e  $t = 100 \text{ s}$ .

Sabendo que  $108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$ , temos:

$$\Delta v = 0 - 30 \therefore \Delta v = -30 \text{ m/s}$$

Aplicando a definição de aceleração escalar:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-30}{100 - 70} = \frac{-30}{30} \therefore \alpha = -1 \text{ m/s}^2$$

Em módulo:  $|\alpha| = 1 \text{ m/s}^2$

Alternativa **e**.

**Exercício 7**  
Como os valores de velocidade são positivos em toda a trajetória, temos  $\Delta s = \text{área sob o gráfico}$ , que corresponde à área de um trapézio. Assim:

$$\Delta s = \frac{(100 + 50) \cdot 30}{2} \therefore \Delta s = 2.250 \text{ m}$$

Alternativa **a**.

A velocidade máxima permitida na ponte é:

$$v = \frac{18}{3,6} \therefore v = 5 \text{ m/s}$$

Calculamos a aceleração de retardamento até o barco parar ( $v = 0$ ) utilizando a equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 - 2\alpha\Delta s \Rightarrow 0^2 = 5^2 - 2\alpha \cdot 50 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{25}{100} \therefore \alpha = 0,25 \text{ m/s}^2$$

Alternativa **e**.

Se a velocidade varia no tempo, conclui-se necessariamente que o móvel está submetido a uma aceleração. Isso descarta as alternativas **a** e **b**.

Do gráfico, temos:

$$\Delta v = v - v_0 = 20 - 10 \therefore \Delta v = 10 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = t - t_0 = 2 - 0 \therefore \Delta t = 2 \text{ s}$$

Aplicando a definição de aceleração, temos:

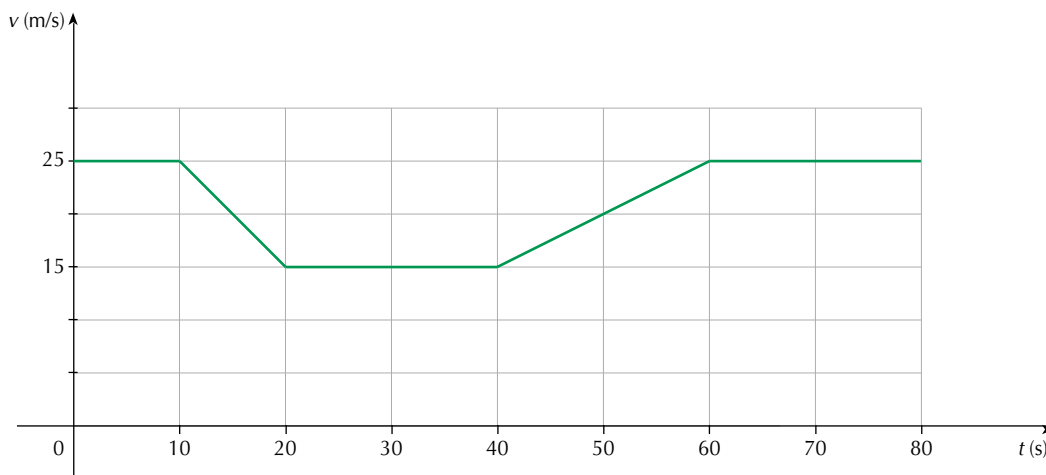
$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10}{2} \therefore \alpha = 5 \text{ m/s}^2$$

Alternativa **c**.

- 10 (Uerj) Dois carros A e B em movimento retilíneo acelerado, cruzam um mesmo ponto em  $t = 0$  s. Nesse instante, a velocidade  $v_0$  de A é igual à metade da de B, e sua aceleração  $\alpha$  corresponde ao dobro da de B.

Determine o instante em que os dois carros se reencontrarão, em função de  $v_0$  e  $\alpha$ .

- 11 (Unesp) Um motorista dirigia por uma estrada plana e retilínea quando, por causa de obras, foi obrigado a desacelerar seu veículo, reduzindo sua velocidade de 90 km/h (25 m/s) para 54 km/h (15 m/s). Depois de passado o trecho em obras, retornou à velocidade inicial de 90 km/h. O gráfico representa como variou a velocidade escalar do veículo em função do tempo, enquanto ele passou por esse trecho da rodovia.



Caso não tivesse reduzido a velocidade devido às obras, mas mantido sua velocidade constante de 90 km/h durante os 80 s representados no gráfico, a distância adicional que teria percorrido nessa estrada seria, em metros, de:

- a) 1.650  
b) 800  
c) 950  
d) 1.250  
e) 350
- 12 (UEL-PR) Um motorista está dirigindo um automóvel a uma velocidade de 54 km/h. Ao ver o sinal vermelho, pisa no freio. A aceleração máxima para que o automóvel não derrape tem módulo igual a  $5 \text{ m/s}^2$ . Qual a menor distância que o automóvel irá percorrer, sem derrapar e até parar, a partir do instante em que o motorista aciona o freio?
- a) 3,0 m  
b) 10,8 m  
c) 291,6 m  
d) 22,5 m  
e) 5,4 m
- 13 (UFRGS) Um trem acelera uniformemente e sua velocidade varia de 0 a 90 km/h em 20 s. Qual é a distância que ele percorre nesse intervalo de tempo?
- 14 (Mackenzie-SP) Um carro parte do repouso com aceleração escalar constante de  $2 \text{ m/s}^2$ . Após 10 s da partida, desliga-se o motor e, devido ao atrito, o carro passa a ter movimento retardado de aceleração constante de módulo  $0,5 \text{ m/s}^2$ . O espaço total percorrido pelo carro, desde sua partida até atingir novamente o repouso, foi de:
- a) 100 m  
b) 200 m  
c) 300 m  
d) 400 m  
e) 500 m
- 15 (PUC-PR) Uma pedra foi abandonada da borda de um poço e levou 5 s para atingir o fundo. Tomando a aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$ , podemos afirmar que a profundidade do poço é:
- a) 25 m  
b) 50 m  
c) 100 m  
d) 125 m  
e) 200 m

Exercício 10

Para definir o instante de encontro dos dois carros, é preciso encontrar a equação horária do espaço para cada veículo:

$$s_A = v_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$$

$$s_B = 2v_0 t + \frac{\alpha t^2}{4}$$

Ao igualar as duas equações, encontramos o instante do encontro:

$$s_A = s_B \Rightarrow \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{4}\right)t = (2v_0 - v_0) \Rightarrow \frac{\alpha}{4}t = v_0 \Rightarrow t = \frac{4v_0}{\alpha}$$

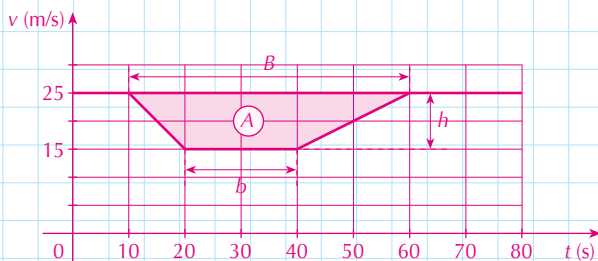
O deslocamento  $\Delta s$ , do veículo para a situação real, ou seja, com obras, é numericamente igual à área  $A_1$  do gráfico, apresentada em seguida:



Se o motorista mantivesse a velocidade sempre constante, seu deslocamento escalar seria  $\Delta s_2$ , que é numericamente igual à área  $A_2$ , representada abaixo:



Portanto, a distância adicional  $d$  que o motorista teria percorrido na estrada, pode ser obtida pela diferença  $d = \Delta s_2 - \Delta s_1$ , representada pela área  $A$  do gráfico a seguir:



$$A = \left(\frac{B+b}{2}\right) \cdot h$$

$$A = \left[\frac{(60-10) + (40-20)}{2}\right] \cdot (25-15) \Rightarrow A = 350$$

$$\therefore d = 350 \text{ m}$$

Alternativa e.

Exercício 11

Exercício 12

Do enunciado, temos:

$$\alpha = -5 \text{ m/s}^2; v_0 = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}; v = 0$$

Aplicando a equação de Torricelli, temos:

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s \Rightarrow 0 = 15^2 - 2 \cdot 5 \cdot \Delta s$$

$$\therefore \Delta s = 22,5 \text{ m}$$

Alternativa d.

Exercício 13

Do enunciado, temos:

$$v_0 = 0; v = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}; t_0 = 0; t = 20 \text{ s}$$

Aplicando a função horária da velocidade  $v = v_0 + \alpha t$ , determinamos a aceleração do trem:

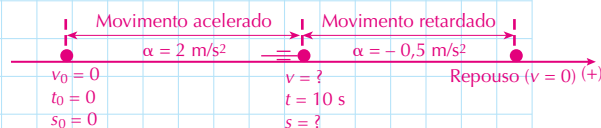
$$25 = 0 + \alpha \cdot 20 \quad \therefore \alpha = \frac{25}{20} = 1,25 \text{ m/s}^2$$

Usando agora a equação de Torricelli, determinamos o deslocamento do trem:

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s \Rightarrow 25^2 = 0 + 2 \cdot 1,25 \cdot \Delta s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta s = \frac{625}{2,5} \quad \therefore \Delta s = 250 \text{ m}$$

O enunciado sugere a figura:



No trecho de movimento acelerado, temos:

$$s = s_0 - v_0 t + \frac{\alpha t^2}{2} \Rightarrow s = \frac{2 \cdot 10^2}{2} \quad \therefore s = 100 \text{ m}$$

Esse valor corresponde à posição inicial do movimento retardado.

A velocidade atingida ao fim do movimento acelerado é dada por:

$$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow v = 2 \cdot 10 \quad \therefore v = 20 \text{ m/s}$$

Esse valor corresponde à velocidade inicial do movimento retardado.

Assim, no trecho de movimento retardado, temos:

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s \Rightarrow 0 = 20^2 + 2 \cdot (-0,5) \cdot (s - 100)$$

$$\therefore s = 500 \text{ m}$$

Alternativa e.

Exercício 14

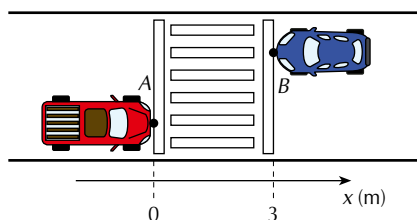
Exercício 15

Do enunciado,  $v_0 = 0$ . Tomando como origem da trajetória a borda do poço e a orientação para baixo, temos:

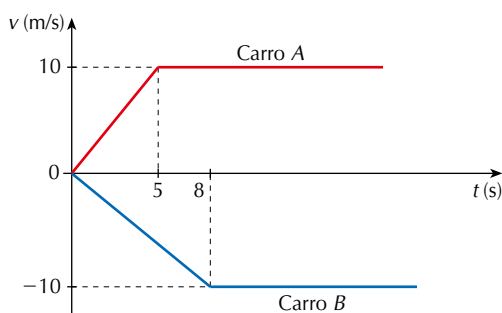
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha t^2}{2} \Rightarrow s = 0 + 0 \cdot 5 + \frac{10 \cdot 5^2}{2} \quad \therefore s = 125 \text{ m}$$

Alternativa d.

- 16 (Unesp) Dois automóveis estão parados em um semáforo para pedestres localizado em uma rua plana e retilínea. Considere o eixo  $x$  paralelo à rua e orientado para direita, que os pontos A e B da figura representam esses automóveis e que as coordenadas  $x_A(0) = 0$  e  $x_B(0) = 3$ , em metros, indicam as posições iniciais dos automóveis.



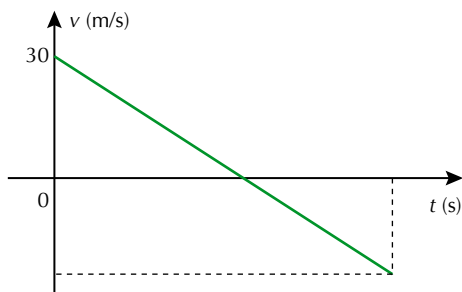
Os carros partem simultaneamente em sentidos opostos e suas velocidades escalares variam em função do tempo, conforme representado no gráfico.



Considerando que os automóveis se mantenham em trajetórias retilíneas e paralelas, calcule o módulo de deslocamento sofrido pelo carro A entre os instantes 0 e 15 s e o instante  $t$ , em segundos, em que a diferença entre as coordenadas  $x_A$  e  $x_B$ , dos pontos A e B, será igual a 332 m.

- 17 (UFMG) Uma pessoa lança uma bola verticalmente para cima. Sejam  $v$  o módulo da velocidade e  $\alpha$  o módulo da aceleração da bola no ponto mais alto da trajetória. Assim sendo, é CORRETO afirmar que, nesse ponto:
- $v \neq 0$  e  $\alpha \neq 0$
  - $v = 0$  e  $\alpha = 0$
  - $v \neq 0$  e  $\alpha = 0$
  - $v = 0$  e  $\alpha \neq 0$

- 18 (UFPE) A figura mostra a variação, com o tempo, da velocidade escalar de uma bola jogada para o alto no instante  $t = 0$ . Qual é a altura máxima, em metro, atingida pela bola, em relação ao ponto em que é jogada? (Considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .)



- 19 (Unicisal)

“Paraquedista rompe a barreira do som em queda livre ao saltar da estratosfera. O austríaco Felix Baumgartner se tornou o primeiro humano a quebrar a barreira do som em queda livre, em um salto realizado a partir da estratosfera. No que se tornou o mais veloz desse tipo, o paraquedista atingiu o máximo de 1.342 km/h nos 4 minutos e 20 segundos antes da abertura do paraquedas.”

Folha de S.Paulo, segunda-feira, 15 de outubro de 2012.  
Disponível em: <www.folha.uol.com.br>.  
Acesso em: 18 de outubro de 2012.

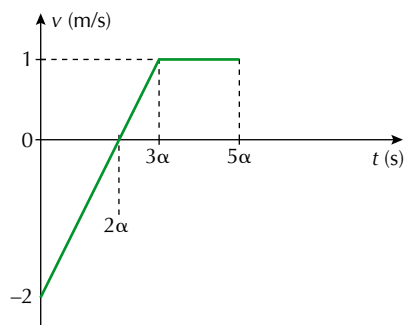
Sobre o movimento vertical de corpos, dadas as afirmações a seguir:

- Quando dois corpos quaisquer são abandonados de uma mesma altura e caem no vácuo ou no ar com resistência desprezível, o tempo de queda é igual para ambos, mesmo que suas massas sejam diferentes.
- Quando um corpo cai em queda livre na Terra, onde  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ , sua velocidade aumenta de 9,8 m/s em 1 s.
- A distância  $H$  percorrida por um objeto de massa  $m$  que é abandonado em queda livre, a partir do repouso, é  $H = \frac{v^2}{g}$ , onde  $v$  é a velocidade com que o objeto atinge o solo e  $g$  é a aceleração da gravidade local.
- Uma pedra cai em queda livre de uma altura  $H$ , a partir do repouso, num local onde a aceleração da gravidade é  $g$ , atingindo o solo com uma velocidade  $v$ . Se essa mesma pedra for abandonada nas mesmas condições anteriores em um local onde a aceleração da gravidade é  $4g$ , então a velocidade ao atingir o solo será de  $4v$ .

Verifica-se que está(ão) correta(s):

- I, II, III e IV.
- I, apenas.
- II, III e IV, apenas.
- I e II, apenas.
- I, II, e III, apenas.

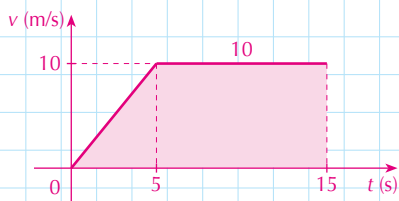
- 20 (Ufal) Uma partícula, na posição cujo espaço é 12 m no instante  $t = 0$ , tem a sua velocidade escalar, em função do tempo, dada pelo gráfico a seguir.



Se o espaço da partícula no instante  $t = 5\alpha$  é igual a 20 m, o valor de  $\alpha$  é igual a:

- 12 s
- 14 s
- 16 s
- 18 s
- 20 s

Calculando o deslocamento ( $\Delta s_A$ ) do móvel A até o instante  $t = 15$  s

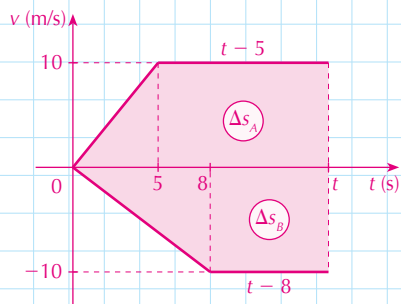


Da propriedade do gráfico  $v \times t$ , temos:

$$\Delta s_A \stackrel{N}{=} \text{Área A} \Rightarrow A = \left( \frac{15+10}{2} \right) \cdot 10 \Rightarrow A = 125$$

$$\therefore \Delta s_A = 125 \text{ m}$$

Calculando o instante em que a distância entre os móveis é igual a 332 m, usando novamente a propriedade anterior:



$$\Delta s_A = \frac{t + (t-5)}{2} = (2t-5) \Rightarrow \Delta s_A = 10t - 25$$

Sendo  $s_{0(A)} = 0$ , temos:

$$s_A = s_{0(A)} + \Delta s_A = 0 + 10t - 25 \Rightarrow s_A = 10t - 25$$

$$\Delta s_B = \frac{t + (t-8)}{2} = (2t-8) \Rightarrow \Delta s_B = -10t + 40$$

Sendo  $s_{0(B)} = 3$ , temos:

$$s_B = s_{0(B)} + \Delta s_B = 3 - 10t + 40 \Rightarrow s_B = -10t + 43$$

No instante  $t$ , a distância ( $D_{AB}$ ) entre os móveis deve ser 332 m.

Logo:

$$D_{AB} = s_A - s_B \Rightarrow 332 = 10t - 25 - (-10t + 43) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 332 = 20t - 68 \Rightarrow 20t = 400$$

$$\therefore t = 20 \text{ s}$$

Exercício 16

Exercício 17

O ponto mais alto da trajetória corresponde ao ponto em que ocorre a inversão no sentido do movimento, quando devemos ter  $v = 0$ . Nessas situações, o corpo lançado está sempre sujeito à aceleração da gravidade:  $\alpha = g \neq 0$ .

Alternativa **d**.

Exercício 18

Do gráfico:  $v_0 = 30$  m/s. Na altura máxima, temos  $v = 0$ . Aplicando a relação de Torricelli e lembrando que, durante a subida da bola, o movimento é retardado e, portanto, terá aceleração  $\alpha = -10$  m/s<sup>2</sup>, temos:

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s \Rightarrow 0 = 30^2 - 2 \cdot 10 \cdot \Delta s \therefore \Delta s = 45 \text{ m}$$

Exercício 19

I. Correta. O tempo de queda é o mesmo no vácuo e no ar por causa da resistência desprezível.

II. Correta.  $\alpha = g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 9,8$  m/s<sup>2</sup>

III. Falsa. Pela equação de Torricelli:  $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot H \Rightarrow v^2 = 0 + 2 \cdot g \cdot H \Rightarrow H = \frac{v^2}{2g}$

IV. Falsa.

$$v^2 = 0 + 2 \cdot g \cdot H y$$

$$v_1^2 = 2 \cdot (4g) \cdot H x$$

Dividindo y por x:

$$\frac{v^2}{v_1^2} = \frac{2gH}{8gH} \Rightarrow v_1^2 = 4v^2 \Rightarrow v_1 = 2v$$

Alternativa **d**.

Exercício 20

A área do gráfico é numericamente igual à variação do espaço. Então:

$$\Delta s = -A_1 + A_2 = -\frac{2 \cdot 2\alpha}{2} + \frac{[(5\alpha - 2\alpha) + (5\alpha - 3\alpha)] \cdot 1}{2} \Rightarrow$$

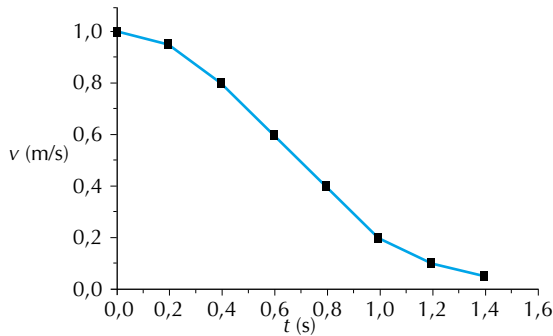
$$\Rightarrow \Delta s = -2\alpha + \frac{5\alpha}{2}$$

Como  $\Delta s = s - s_0$ , temos:

$$20 - 12 = \frac{\alpha}{2} \therefore \alpha = 16 \text{ s}$$

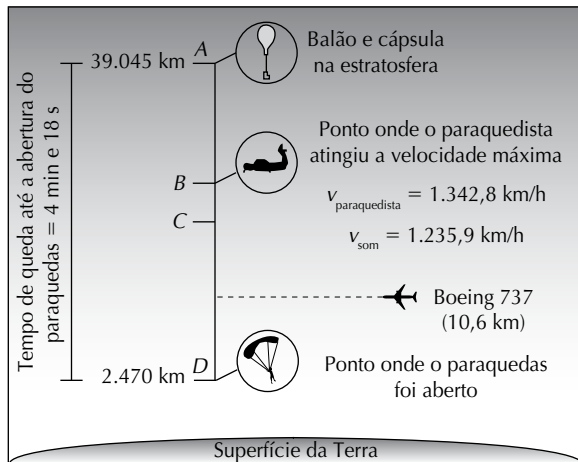
Alternativa **c**.

- 21 (PUC-MG) Estudando-se o movimento de um objeto de massa 2 kg, obteve-se o gráfico velocidade  $\times$  tempo a seguir. A velocidade está em m/s e o tempo, em segundo.



É correto afirmar que a distância percorrida pelo objeto entre  $t = 0$  e  $t = 1,4$  s foi aproximadamente de:

- a) 0,7 m    b) 1,8 m    c) 0,1 m    d) 1,6 m
- 22 (UFJF-MG) Em outubro de 2012, o austríaco Felix Baumgartner se tornou o primeiro homem a romper a barreira do som ao saltar de uma cápsula, presa a um balão, a mais de 39 quilômetros acima da superfície da Terra. Durante a queda, Baumgartner atingiu a incrível velocidade de 1.342,8 km/h. Como nessa altitude o ar é muito rarefeito e as temperaturas são muito baixas, ele teve que usar um traje pressurizado.



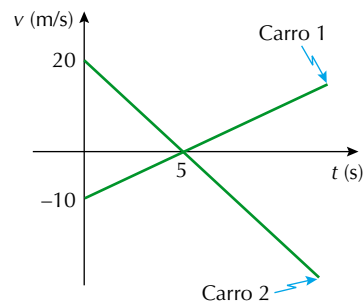
A figura acima resume alguns pontos importantes desse feito. A figura não está em escala.

Suponha que, no momento do salto, o balão está parado em relação à superfície da Terra, e que a velocidade inicial do paraquedista em relação ao balão seja nula. Após atingir a velocidade máxima em B, o paraquedista entra numa região da atmosfera onde a resistência do ar não pode mais ser desprezada. No trecho BC, sua velocidade diminui devido à força de atrito com o ar. Suponha que entre os pontos B e C ele percorreu 2.558,6 metros em 15,7 segundos e a partir

do ponto C entrou num regime de velocidade limite, ou seja, entre os pontos C e D a força de atrito passou a ser igual à força da gravidade. De acordo com tais condições, calcule:

- a) Quanto tempo ele levou para atingir a velocidade recorde de 1.342,8 km/h. (No primeiro trecho a resistência do ar é desprezível).
- b) A distância percorrida pelo paraquedista até atingir a velocidade recorde.
- c) A velocidade média do paraquedista entre os pontos C e D.
- 23 (Unicamp-SP) Os avanços tecnológicos nos meios de transporte reduziram de forma significativa o tempo de viagem ao redor do mundo. Em 2008 foram comemorados os 100 anos da chegada em Santos do navio *Kasato Maru*, que, partindo de Tóquio, trouxe ao Brasil os primeiros imigrantes japoneses. A viagem durou cerca de 50 dias. Atualmente, uma viagem de avião entre São Paulo e Tóquio dura em média 24 h. A velocidade escalar média de um avião comercial no trecho São Paulo-Tóquio é de 800 km/h.
- a) o comprimento da trajetória realizada pelo *Kasato Maru* é igual a aproximadamente duas vezes o comprimento da trajetória do avião no trecho São Paulo-Tóquio. Calcule a velocidade escalar média do navio em sua viagem ao Brasil.
- b) a conquista espacial possibilitou uma viagem do homem à Lua realizada em poucos dias e proporcionou a máxima velocidade de deslocamento que um ser humano já experimentou. Considere um foguete subindo com aceleração resultante constante de módulo  $\alpha_R = 10 \text{ m/s}^2$  e calcule o tempo que o foguete leva para percorrer uma distância de 800 km, a partir do repouso.

- 24 (UFJF-MG) Dois carros estão se movendo em uma rodovia, em pistas distintas. No instante  $t = 0$  s, a posição do carro 1 é  $s_{01} = 75$  m e a do carro 2 é  $s_{02} = 50$  m. O gráfico da velocidade em função do tempo para cada carro é dado a seguir.



- a) A partir do gráfico, encontre a aceleração de cada carro.
- b) Escreva a equação horária para cada carro.
- c) Descreva, a partir da análise do gráfico, o que ocorre no instante  $t = 5$  s.

Exercício 21

Como o movimento é sempre progressivo ( $v > 0$ ), a distância percorrida, ao longo da trajetória, coincide com o deslocamento escalar, ou seja, com a variação de espaço. A variação de espaço é numericamente igual à área sob o gráfico  $v \times t$ . Poderíamos calcular as áreas de cada trecho com inclinação distinta e somá-los ao final, mas obtemos uma boa aproximação com um triângulo retângulo de altura 1 e base 1,4. Ou seja:

$$\Delta s \approx \frac{1,4 \cdot 1}{2} \therefore \Delta s \approx 0,7 \text{ m}$$

Alternativa a.

Exercício 22

a) A partir do enunciado, temos:

$$v = \frac{1.342,8}{3,6} = 373 \Rightarrow v = 373 \text{ m/s}$$

Logo,

$$v = v_0 + gt \Rightarrow 373 = 0 + 10t \therefore t = 37,3 \text{ s}$$

$$\text{b) } h = h_0 + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow 0 + 10 \cdot \frac{(37,3)^2}{2} \therefore h = 6.956,45 \text{ m}$$

c) A partir do resultado anterior e do enunciado, calculamos o espaço CD:

$$\Delta s_{CD} = \Delta s_{AD} - \Delta s_{AB} - \Delta s_{BC} \Rightarrow \Delta s_{CD} = 36.575 - 6.956,45 - 2.558,8 \therefore \Delta s_{CD} \approx 27.061 \text{ m}$$

Encontramos o tempo necessário para percorrer o espaço CD:

$$\Delta t_{CD} = \Delta t_{AD} - \Delta t_{AB} - \Delta t_{BC} = 258 - 37,3 - 15,7 \therefore \Delta t_{CD} = 205 \text{ s}$$

Assim, é possível obter a velocidade média:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{27.061}{205} \therefore v_m = 475,1 \text{ km/h}$$

Exercício 23

$$\text{a) } v_{\text{navio}} = \frac{2 \cdot \Delta s_{\text{avião}}}{\Delta t_{\text{navio}}} = \frac{2 \cdot 800 \cdot 24}{50 \cdot 40} \therefore v_{\text{navio}} = 32 \text{ km/h}$$

$$\text{b) Hipóteses: } \alpha_R = 10 \text{ m/s}^2 \text{ e } v_0 = 0$$

Substituindo na equação horária, temos:

$$\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha_R t^2}{2} \Rightarrow 800.000 = \frac{10 t^2}{2} \therefore t = 400 \text{ s}$$

O foguete leva apenas 6 min 40 s para percorrer a distância indicada.

Exercício 24

$$\text{a) Carro 1: } \alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{0 - (-10)}{5 - 0} \therefore \alpha_1 = 2 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Carro 2: } \alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{0 - 20}{5 - 0} \therefore \alpha_2 = -4 \text{ m/s}^2$$

b) Equação horária do carro 1:

$$s_1 = s_{01} + v_{01} t + \frac{\alpha_1 t^2}{2} \Rightarrow s_1 = 75 - 10t + t^2$$

Equação horária do carro 2:

$$s_2 = s_{02} + v_{02} t + \frac{\alpha_2 t^2}{2} \Rightarrow s_2 = 50 + 20t - 2t^2$$

c) Em  $t = 5 \text{ s}$ , ambos os carros estão com velocidade nula e, logo após, invertem o sentido de seu movimento.