



**MATERIAL
DO ALUNO**



Movimento Uniformemente Variado (MUV)

CADERNO DE REVISÃO

Conteúdo não avaliado em programas governamentais

Movimento uniformemente variado (MUV)

No movimento uniforme (MU), a velocidade escalar instantânea é constante e não nula. A partir de agora vamos revisar movimentos cuja velocidade escalar varia de maneira uniforme, o que significa que a aceleração escalar do movimento é constante.

Características do MUV

O movimento uniformemente variado caracteriza-se pelo fato de a variação da velocidade escalar do móvel ser sempre a mesma, em intervalos de tempo iguais; ou seja, a **aceleração escalar média** do móvel é **constante**.

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Na **figura 1** uma esfera desce um plano inclinado. Ela percorre distâncias cada vez maiores em intervalos de tempo iguais.

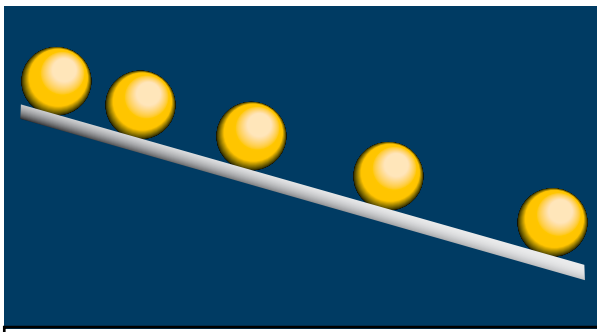


Figura 1 A distância entre duas posições sucessivas aumenta com o passar do tempo.

Valores de aceleração escalar positivos não significam necessariamente movimento acelerado. Para que um movimento seja considerado acelerado, o valor absoluto da velocidade escalar deve aumentar com o passar do tempo. Com base nessa definição, podem ocorrer duas situações, dependendo da orientação da trajetória:

1. Na **figura 2A**, o objeto se move no sentido positivo da trajetória. O valor absoluto de sua velocidade escalar aumenta, a aceleração escalar do objeto é positiva ($\alpha > 0$) e sua velocidade escalar também é positiva ($v > 0$). Esse movimento é chamado de **acelerado progressivo**.
2. Na **figura 2B**, o objeto se desloca no sentido oposto ao da orientação da trajetória. O valor absoluto de sua velocidade escalar aumenta, a aceleração escalar é negativa ($\alpha < 0$), assim como a velocidade escalar ($v < 0$). Esse movimento é chamado de **acelerado retrógrado**.

Velocidade escalar e aceleração escalar com mesmo sinal ($v > 0$ e $\alpha > 0$ ou $v < 0$ e $\alpha < 0$) indicam **movimentos acelerados**.

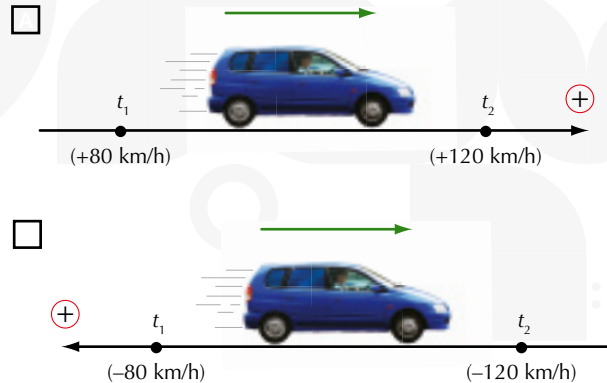


Figura 2 Representação de movimentos acelerados progressivo (A) e retrógrado (B).

No movimento retardado, o valor absoluto da velocidade escalar deve diminuir com o decorrer do tempo. Com base nessa definição, podem ocorrer duas situações, dependendo da orientação da trajetória:

1. Na **figura 3A**, o objeto se move no sentido positivo da trajetória. O valor absoluto de sua velocidade escalar diminui, a aceleração escalar do objeto é negativa ($\alpha < 0$), mas sua velocidade escalar é positiva ($v > 0$). Tal movimento é chamado **retardado progressivo**.
2. Na **figura 3B**, o objeto se desloca no sentido oposto ao da orientação da trajetória. O valor absoluto de sua velocidade escalar diminui, a aceleração escalar é positiva ($\alpha > 0$), enquanto a velocidade escalar é negativa ($v < 0$). Esse movimento é chamado **retardado retrógrado**.

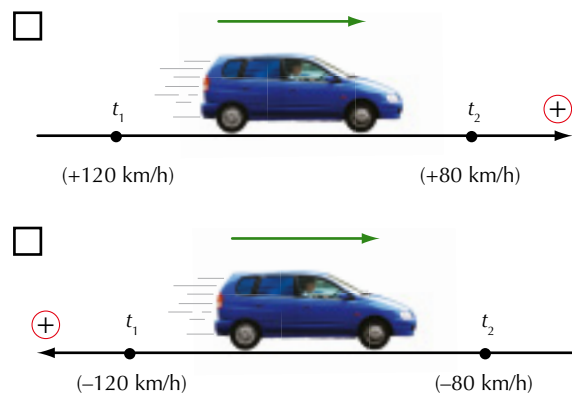


Figura 3 Representação de movimentos retardados progressivo (A) e retrógrado (B).

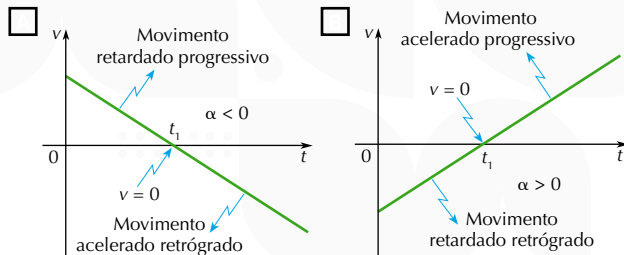
Velocidade escalar e aceleração escalar com sinais contrários ($v > 0$ e $\alpha < 0$ ou $v < 0$ e $\alpha > 0$) indicam **movimentos retardados**.

Função horária da velocidade e seus gráficos no MUV

A partir da definição de aceleração escalar média e adotando o instante inicial como $t_0 = 0$, obtemos a **função horária da velocidade no MUV**:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} \Rightarrow v = v_0 + \alpha t$$

Trata-se de uma função do 1º grau em t , cujo gráfico é uma reta inclinada em relação aos eixos.



▲ Gráficos da função horária da velocidade escalar no MUV.

Função horária do espaço e seus gráficos no MUV

Vimos no tópico anterior que a área no gráfico $v \times t$ é numericamente igual à variação de espaço do móvel; logo, a partir do gráfico da velocidade escalar do MUV (fig. 4), podemos encontrar a **função horária do espaço** para esse movimento:

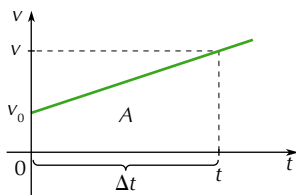


Figura 4 A área sob a reta do gráfico $v \times t$ é numericamente igual à variação de espaço no intervalo Δt .

$$A = \Delta s = v_0 t + \frac{\alpha t^2}{2} \Rightarrow s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$$

A função horária do espaço no MUV é uma função do 2º grau em t (fig. 5) cujo gráfico característico é uma parábola. O estudo dessas funções mostra que a concavidade da parábola indica o sinal da aceleração escalar do movimento.

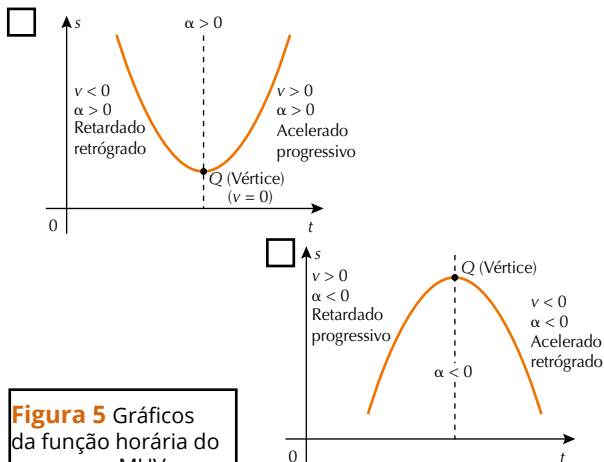


Figura 5 Gráficos da função horária do espaço no MUV.

Equação de Torricelli

No MUV, há muitos casos em que precisamos relacionar diretamente a velocidade escalar v e o espaço s , independentemente da variável tempo (t). Para isso, devemos eliminar o tempo nas funções horárias do espaço e da velocidade:

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 + \alpha t \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{\alpha} \\ s &= s_0 + vt + \frac{\alpha t^2}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2\alpha \Delta s$$

Queda livre e lançamento vertical

No século XVI, Galileu Galilei observou que corpos em queda livre próximos à superfície terrestre apresentam sempre aceleração constante. Essa aceleração é indicada por g e denominada **aceleração da gravidade**:

$$g \approx 9,8 \text{ m/s}^2$$

Nesse caso, o movimento de queda livre é um **MUV acelerado**. Desprezada a resistência do ar, corpos lançados verticalmente para cima também estão sujeitos unicamente à aceleração da gravidade; trata-se, portanto, de um **MUV retardado**. As funções do MUV, estudadas anteriormente, descrevem a queda livre e o lançamento vertical:

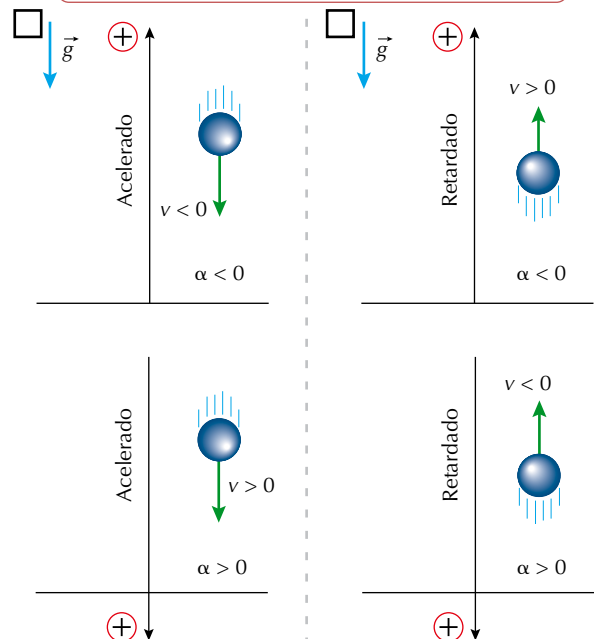
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$$

$$v = v_0 + \alpha t$$

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha \Delta s$$

$\alpha = +g$: orientando a trajetória para baixo

$\alpha = -g$: orientando a trajetória para cima



▲ Representação dos movimentos de queda livre (A) e lançamento vertical para cima (B) segundo os sinais da velocidade e da aceleração.

NO VESTIBULAR

1 (Uece) Dois automóveis, I e II, inicialmente trafegam lado a lado em uma estrada reta. Em alguns instantes, o carro I aumenta sua velocidade e, simultaneamente, o outro começa uma frenagem. Assim pode-se afirmar corretamente que:

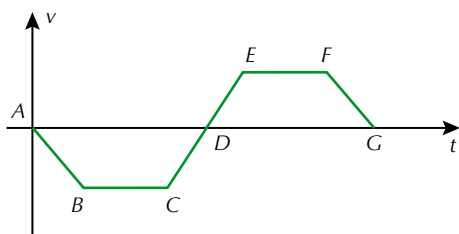
- a) a aceleração do carro I é diferente de zero e a do carro II é zero.
- b) a aceleração do carro I é zero e a do carro II é diferente de zero.
- c) as acelerações dos dois carros são diferentes de zero.
- d) as acelerações dos dois carros são iguais a zero.

2 (UFSC) Uma partícula, efetuando um movimento retilíneo, desloca-se segundo a equação $s = -2 - 4t + 2t^2$, onde s é medido em metro e t , em segundo. Determine a velocidade escalar média, em m/s, dessa partícula, entre os instantes $t = 0$ e $t = 4$ s.

3 (Vunesp) No jogo do Brasil contra a Noruega, o tirante mostrou que o atacante brasileiro Roberto Carlos chutou a bola diretamente contra o goleiro do time adversário. A bola atingiu o goleiro com velocidade de 108 km/h e este conseguiu imobilizá-la em 0,1 s, com um movimento de recuo dos braços. O módulo da aceleração média da bola durante a ação do goleiro foi, em m/s^2 , igual a:

- a) 3.000
- b) 1.080
- c) 300
- d) 108
- e) 30

4 (PUC-SP) O diagrama da velocidade escalar de um móvel é dado pelo esquema abaixo.



O movimento é acelerado no(s) trecho(s):

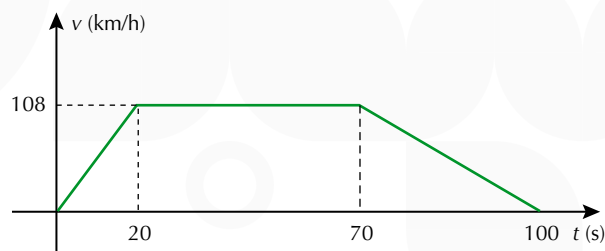
- a) FG
- b) CB
- c) CE
- d) BC e EF
- e) AB e DE

5 (PUC-RS) Dizer que um movimento se realiza com uma aceleração escalar constante de $5 m/s^2$ significa que:

- a) em cada segundo o móvel se desloca 5 m.
- b) em cada segundo a velocidade do móvel aumenta de 5 m/s.
- c) em cada segundo a aceleração do móvel aumenta de 5 m/s.
- d) em cada 5 segundos a velocidade aumenta 1 m/s.
- e) a velocidade é constante e igual a 5 m/s.

(FEI-SP) O enunciado a seguir refere-se às questões 6 e 7.

O movimento de um motoqueiro encontra-se registrado no gráfico abaixo:



6 Qual é o módulo da aceleração escalar do motoqueiro durante a frenagem?

- a) $\alpha = 1,5 m/s^2$
- b) $\alpha = \frac{108}{20} km/h^2$
- c) $\alpha = 2 m/s^2$
- d) $\alpha = 3 m/s^2$
- e) $\alpha = 1 m/s^2$

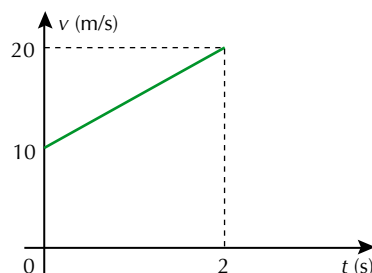
7 Qual é a variação de espaço do motoqueiro entre $t = 0$ e $t = 100$ s?

- a) $\Delta s = 2.250 m$
- b) $\Delta s = 1.500 m$
- c) $\Delta s = 2.000 m$
- d) $\Delta s = 750 m$
- e) $\Delta s = 2.500 m$

8 (UEA-AM) Um barco que se movimentava com a velocidade de 18 km/h teve seu motor desligado e, antes de parar completamente, deslocou-se por 50 m sobre as águas tranquilas do rio em que navegava. O módulo da intensidade da aceleração causada por essa força de resistência da água, em m/s^2 , foi de:

- a) 0,04
- b) 0,08
- c) 0,10
- d) 0,15
- e) 0,25

9 (UCS-RS) Um móvel descreve um movimento retilíneo, com velocidade escalar variando com o tempo, conforme o gráfico. Pode-se afirmar então que:

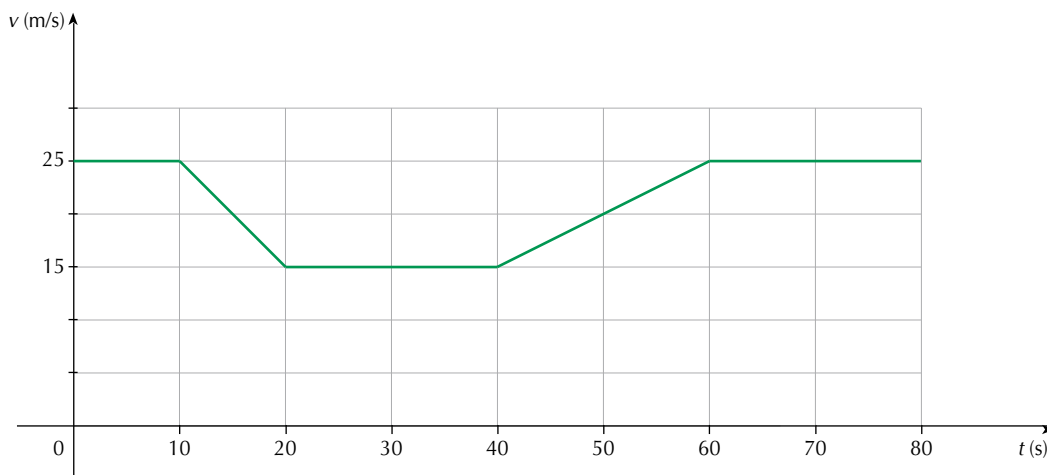


- a) a aceleração escalar do móvel é nula.
- b) a velocidade escalar do móvel é constante.
- c) a aceleração escalar do móvel é constante e vale $5 m/s^2$.
- d) o móvel percorre 60 m em 2 s.
- e) a velocidade escalar média do móvel de 0 a 2 s vale 5 m/s.

- 10 (Uerj) Dois carros A e B em movimento retilíneo acelerado, cruzam um mesmo ponto em $t = 0$ s. Nesse instante, a velocidade v_0 de A é igual à metade da de B, e sua aceleração α corresponde ao dobro da de B.

Determine o instante em que os dois carros se reencontrarão, em função de v_0 e α .

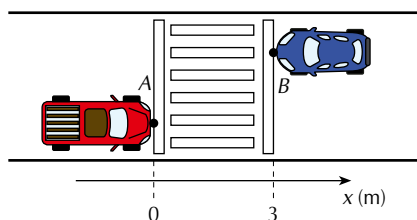
- 11 (Unesp) Um motorista dirigia por uma estrada plana e retilínea quando, por causa de obras, foi obrigado a desacelerar seu veículo, reduzindo sua velocidade de 90 km/h (25 m/s) para 54 km/h (15 m/s). Depois de passado o trecho em obras, retornou à velocidade inicial de 90 km/h. O gráfico representa como variou a velocidade escalar do veículo em função do tempo, enquanto ele passou por esse trecho da rodovia.



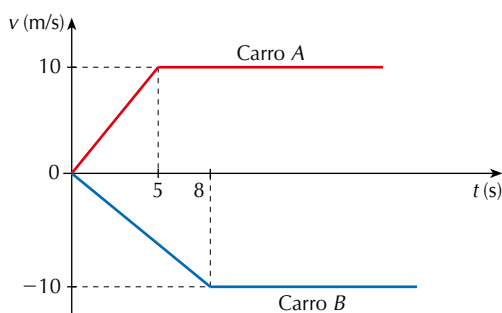
Caso não tivesse reduzido a velocidade devido às obras, mas mantido sua velocidade constante de 90 km/h durante os 80 s representados no gráfico, a distância adicional que teria percorrido nessa estrada seria, em metros, de:

- a) 1.650
b) 800
c) 950
d) 1.250
e) 350
- 12 (UEL-PR) Um motorista está dirigindo um automóvel a uma velocidade de 54 km/h. Ao ver o sinal vermelho, pisa no freio. A aceleração máxima para que o automóvel não derrape tem módulo igual a 5 m/s^2 . Qual a menor distância que o automóvel irá percorrer, sem derrapar e até parar, a partir do instante em que o motorista aciona o freio?
- a) 3,0 m
b) 10,8 m
c) 291,6 m
d) 22,5 m
e) 5,4 m
- 13 (UFRGS) Um trem acelera uniformemente e sua velocidade varia de 0 a 90 km/h em 20 s. Qual é a distância que ele percorre nesse intervalo de tempo?
- 14 (Mackenzie-SP) Um carro parte do repouso com aceleração escalar constante de 2 m/s^2 . Após 10 s da partida, desliga-se o motor e, devido ao atrito, o carro passa a ter movimento retardado de aceleração constante de módulo $0,5 \text{ m/s}^2$. O espaço total percorrido pelo carro, desde sua partida até atingir novamente o repouso, foi de:
- a) 100 m
b) 200 m
c) 300 m
d) 400 m
e) 500 m
- 15 (PUC-PR) Uma pedra foi abandonada da borda de um poço e levou 5 s para atingir o fundo. Tomando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 , podemos afirmar que a profundidade do poço é:
- a) 25 m
b) 50 m
c) 100 m
d) 125 m
e) 200 m

- 16 (Unesp) Dois automóveis estão parados em um semáforo para pedestres localizado em uma rua plana e retilínea. Considere o eixo x paralelo à rua e orientado para direita, que os pontos A e B da figura representam esses automóveis e que as coordenadas $x_A(0) = 0$ e $x_B(0) = 3$, em metros, indicam as posições iniciais dos automóveis.



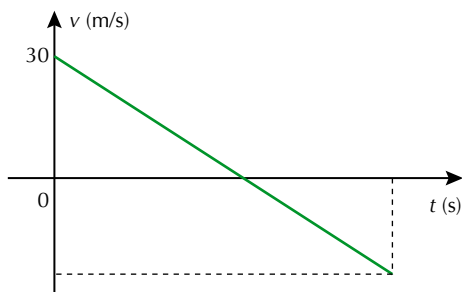
Os carros partem simultaneamente em sentidos opostos e suas velocidades escalares variam em função do tempo, conforme representado no gráfico.



Considerando que os automóveis se mantenham em trajetórias retilíneas e paralelas, calcule o módulo de deslocamento sofrido pelo carro A entre os instantes 0 e 15 s e o instante t , em segundos, em que a diferença entre as coordenadas x_A e x_B , dos pontos A e B, será igual a 332 m.

- 17 (UFMG) Uma pessoa lança uma bola verticalmente para cima. Sejam v o módulo da velocidade e α o módulo da aceleração da bola no ponto mais alto da trajetória. Assim sendo, é CORRETO afirmar que, nesse ponto:
- $v \neq 0$ e $\alpha \neq 0$
 - $v = 0$ e $\alpha = 0$
 - $v \neq 0$ e $\alpha = 0$
 - $v = 0$ e $\alpha \neq 0$

- 18 (UFPE) A figura mostra a variação, com o tempo, da velocidade escalar de uma bola jogada para o alto no instante $t = 0$. Qual é a altura máxima, em metro, atingida pela bola, em relação ao ponto em que é jogada? (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.)



- 19 (Unicisal)

“Paraquedista rompe a barreira do som em queda livre ao saltar da estratosfera. O austríaco Felix Baumgartner se tornou o primeiro humano a quebrar a barreira do som em queda livre, em um salto realizado a partir da estratosfera. No que se tornou o mais veloz desse tipo, o paraquedista atingiu o máximo de 1.342 km/h nos 4 minutos e 20 segundos antes da abertura do paraquedas.”

Folha de S.Paulo, segunda-feira, 15 de outubro de 2012.
Disponível em: <www.folha.uol.com.br>.
Acesso em: 18 de outubro de 2012.

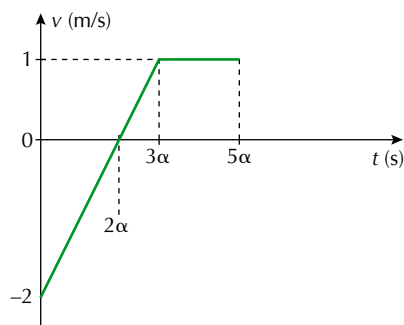
Sobre o movimento vertical de corpos, dadas as afirmações a seguir:

- Quando dois corpos quaisquer são abandonados de uma mesma altura e caem no vácuo ou no ar com resistência desprezível, o tempo de queda é igual para ambos, mesmo que suas massas sejam diferentes.
- Quando um corpo cai em queda livre na Terra, onde $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, sua velocidade aumenta de 9,8 m/s em 1 s.
- A distância H percorrida por um objeto de massa m que é abandonado em queda livre, a partir do repouso, é $H = \frac{v^2}{g}$, onde v é a velocidade com que o objeto atinge o solo e g é a aceleração da gravidade local.
- Uma pedra cai em queda livre de uma altura H , a partir do repouso, num local onde a aceleração da gravidade é g , atingindo o solo com uma velocidade v . Se essa mesma pedra for abandonada nas mesmas condições anteriores em um local onde a aceleração da gravidade é $4g$, então a velocidade ao atingir o solo será de $4v$.

Verifica-se que está(ão) correta(s):

- I, II, III e IV.
- I, apenas.
- II, III e IV, apenas.
- I e II, apenas.
- I, II, e III, apenas.

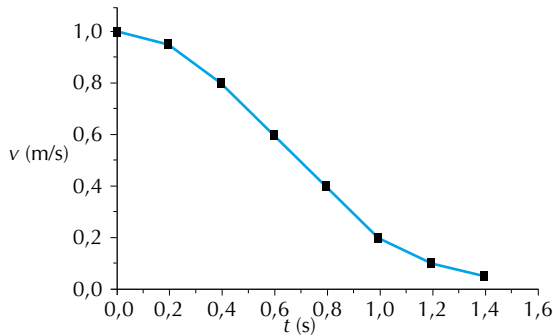
- 20 (Ufal) Uma partícula, na posição cujo espaço é 12 m no instante $t = 0$, tem a sua velocidade escalar, em função do tempo, dada pelo gráfico a seguir.



Se o espaço da partícula no instante $t = 5\alpha$ é igual a 20 m, o valor de α é igual a:

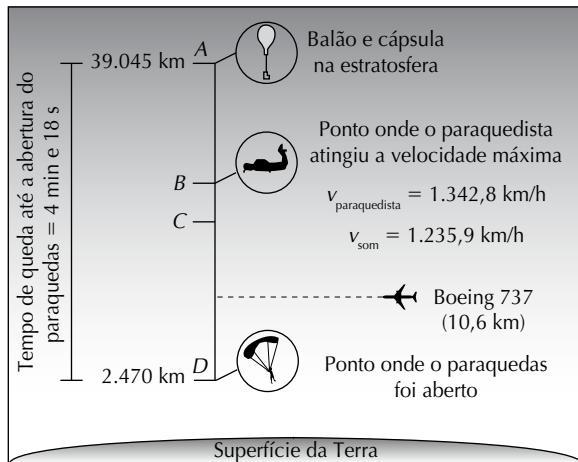
- 12 s
- 14 s
- 16 s
- 18 s
- 20 s

- 21 (PUC-MG) Estudando-se o movimento de um objeto de massa 2 kg, obteve-se o gráfico velocidade \times tempo a seguir. A velocidade está em m/s e o tempo, em segundo.



É correto afirmar que a distância percorrida pelo objeto entre $t = 0$ e $t = 1,4$ s foi aproximadamente de:

- a) 0,7 m b) 1,8 m c) 0,1 m d) 1,6 m
- 22 (UFJF-MG) Em outubro de 2012, o austríaco Felix Baumgartner se tornou o primeiro homem a romper a barreira do som ao saltar de uma cápsula, presa a um balão, a mais de 39 quilômetros acima da superfície da Terra. Durante a queda, Baumgartner atingiu a incrível velocidade de 1.342,8 km/h. Como nessa altitude o ar é muito rarefeito e as temperaturas são muito baixas, ele teve que usar um traje pressurizado.



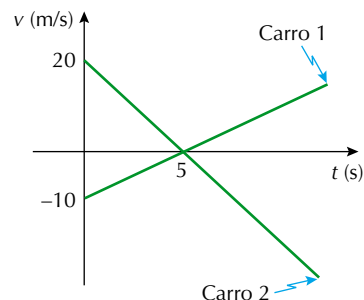
A figura acima resume alguns pontos importantes desse feito. A figura não está em escala.

Suponha que, no momento do salto, o balão está parado em relação à superfície da Terra, e que a velocidade inicial do paraquedista em relação ao balão seja nula. Após atingir a velocidade máxima em B, o paraquedista entra numa região da atmosfera onde a resistência do ar não pode mais ser desprezada. No trecho BC, sua velocidade diminui devido à força de atrito com o ar. Suponha que entre os pontos B e C ele percorreu 2.558,6 metros em 15,7 segundos e a partir

do ponto C entrou num regime de velocidade limite, ou seja, entre os pontos C e D a força de atrito passou a ser igual à força da gravidade. De acordo com tais condições, calcule:

- a) Quanto tempo ele levou para atingir a velocidade recorde de 1.342,8 km/h. (No primeiro trecho a resistência do ar é desprezível).
- b) A distância percorrida pelo paraquedista até atingir a velocidade recorde.
- c) A velocidade média do paraquedista entre os pontos C e D.
- 23 (Unicamp-SP) Os avanços tecnológicos nos meios de transporte reduziram de forma significativa o tempo de viagem ao redor do mundo. Em 2008 foram comemorados os 100 anos da chegada em Santos do navio *Kasato Maru*, que, partindo de Tóquio, trouxe ao Brasil os primeiros imigrantes japoneses. A viagem durou cerca de 50 dias. Atualmente, uma viagem de avião entre São Paulo e Tóquio dura em média 24 h. A velocidade escalar média de um avião comercial no trecho São Paulo-Tóquio é de 800 km/h.
- a) o comprimento da trajetória realizada pelo *Kasato Maru* é igual a aproximadamente duas vezes o comprimento da trajetória do avião no trecho São Paulo-Tóquio. Calcule a velocidade escalar média do navio em sua viagem ao Brasil.
- b) a conquista espacial possibilitou uma viagem do homem à Lua realizada em poucos dias e proporcionou a máxima velocidade de deslocamento que um ser humano já experimentou. Considere um foguete subindo com aceleração resultante constante de módulo $\alpha_R = 10 \text{ m/s}^2$ e calcule o tempo que o foguete leva para percorrer uma distância de 800 km, a partir do repouso.

- 24 (UFJF-MG) Dois carros estão se movendo em uma rodovia, em pistas distintas. No instante $t = 0$ s, a posição do carro 1 é $s_{01} = 75$ m e a do carro 2 é $s_{02} = 50$ m. O gráfico da velocidade em função do tempo para cada carro é dado a seguir.



- a) A partir do gráfico, encontre a aceleração de cada carro.
- b) Escreva a equação horária para cada carro.
- c) Descreva, a partir da análise do gráfico, o que ocorre no instante $t = 5$ s.